

FİZİKA

**ÖLÇÜYƏ GÖRƏ KVANTLANMIŞ YARIMMAQNİT
YARIMKEÇİRİCİ TƏBƏQƏDƏ ELEKTRON QAZININ
TERMİK HAL TƏNLIYI**

B.M.ƏSGƏROV, M.M.MAHMUDOV, S.R.FİQAROVA

Bakı Dövlət Universiteti
askerov@mail.ru

İşdə ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici təbəqədə elektron qazının termik hal tənliyi nəzəri cəhətdən tədqiq edilmişdir. Hal tənliyi üçün tapılmış ümumi ifadə elektron qazının həm cırlaşmamış, həm də güclü cırlaşmış halları üçün araşdırılmışdır. Təbəqə qalınlığının müxtəlif limit hallarına baxılmışdır. Göstərilmişdir ki, cırlaşmamış halda təbəqənin hal tənliyi klassik hal tənliyinə keçir. Tapılmışdır ki, güclü cırlaşmış halda ifrat-nazik təbəqənin təzyiqi elektron qazının konsentrasiyasından və təbəqənin qalınlığından mürəkkəb şəkildə asılı olur. Həmçinin tapılmışdır ki, yarımmaqnit yarımkeçiricinin zona parametrləri təzyiqin təbəqənin qalınlığından asılılığına güclü təsir göstərir.

Baxılan işdə ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici təbəqədə elektron qazının mühüm termodinamik parametrlərindən biri olan termik hal tənliyi nəzəri cəhətdən tədqiq edilmişdir. Əvvəlcə məlum enerji spektri əsasında böyük termodinamik potensial tapılmış, sonra isə məlum münasibətlərdən istifadə edilərək təbəqədəki elektron qazının kimyəvi potensialı və təzyiqi hesablanmışdır. Tapılmış termodinamik kəmiyyətlərin ümumi ifadələri elektron qazının ixtiyari cırlaşma tərtibi və təbəqə qalınlığının müxtəlif qiymətləri üçün tədqiq edilmişlər. Bundan başqa mübadilə qarşılıqlı təsirin bu termodinamik kəmiyyətlərə təsiri öyrənilmişdir. Göstərilmişdir ki, ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici təbəqənin termodinamik parametrləri üçün alınmış nəticələr təbəqə qalınlığının böyük qiymətlərində massiv yarımmaqnit yarımkeçiricinin məlum ifadələrinə keçirlər.

Məlum olduğu kimi ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici təbəqədə yükdaşıyıcıların dispersiya qanunu aşağıdakı kimi təyin olunur [1]:

$$\varepsilon_{ki}(n, k_{\perp}) = \varepsilon_i + \gamma k_{\perp}^2 + \varepsilon_0 n^2, \quad (1)$$

burada $\varepsilon_i = \varepsilon_g \mp A$, $i=1,2$, ε_g - qadağan olunmuş zonanın eni, A - yükdaşıyıcıların və maqnit ionlarının lokallaşmış spin momentləri arasındakı mübadilə qarşılıqlı təsir enerjisi [2], $\gamma = 2P_K^2/3\varepsilon_g$, P_K - Keyn parametri, $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$, $\varepsilon_0 = \gamma(\pi/d)^2$ - birinci təbəqə səviyyəsinin enerjisi, d - təbəqənin qalınlığı, $n=1,2,\dots$ - ölçü kvant ədədidir.

Yuxarıda verilmiş enerji spektrli təbəqədə elektron qazının termik hal tənliyini tapmaq üçün daha məqsədə uyğun böyük termodinamik potensialdan istifadə etməkdir [3].

Qeyd edək ki, ölçüyə görə kvantlanmış təbəqə üçün spin parçalanması nəzərə alınmaqla böyük termodinamik potensialı aşağıdakı kimi yazı bilərik [4]:

$$\Omega = -\frac{V}{2\pi d} \sum_n \int_{\varepsilon'}^{\infty} k_{\perp}(\varepsilon, n) f_0(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (2)$$

burada $V = L_x L_y d$ - təbəqənin əsas oblastının həcmi, $f_0(\varepsilon)$ - Fermi paylanma funksiyası, inteqralın aşağı sərhədi ε' isə $k_{\perp}(\varepsilon', n) = 0$ tənliyinin köküdür. (1) dispersiya qanunundan istifadə edərək, ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici təbəqədə, hər iki elektron alt zonası nəzərə alınmaqla, böyük termodinamik potensial üçün tapırıq:

$$\Omega = -\frac{V(k_0 T)^2}{4\pi\gamma d} \sum_n [F_2(\eta_1(n)) + F_2(\eta_2(n))], \quad (3)$$

burada $F_r(\eta(n))$ - birparametrlili Fermi inteqralıdır [4], $\eta_i(n) = \zeta^* - \varepsilon_i^* - \varepsilon_0^* n^2$, $\zeta^* = \zeta/k_0 T$, $\varepsilon_i^* = \varepsilon_i/k_0 T$, $\varepsilon_0^* = \varepsilon_0/k_0 T$, ζ - elektron qazının kimyəvi potensialıdır. Qeyd etmək lazımdır ki, böyük termodinamik potensial üçün tapılmış (3) münasibəti, temperatur və təbəqə qalınlığının istənilən qiyməti üçün doğru olan ümumi ifadədir. Ondan istifadə edib elektron qazının termik hal tənliyinin hesablanmasında istifadə olunacaq kimyəvi potensial da tapmaq olar.

İndi isə ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici təbəqədə elektron qazı üçün $P = -(\partial\Omega/\partial V)_{\zeta, T}$ - termik hal tənliyinin temperaturdan, yükdaşıyıcıların konsentrasiyadan, təbəqənin qalınlığından və zona parametrlərindən asılılığını təyin edək. (3) münasibətini təzyiqin ifadəsində nəzərə alsaq hal tənliyi üçün alırıq:

$$P = -\frac{(k_0 T)^2}{4\pi\gamma d} \sum_n [F_2(\eta_1(n)) + F_2(\eta_2(n))]. \quad (4)$$

Hal tənliyinə daxil olan kimyəvi potensialı isə yükdaşıyıcıların konsentrasiyasının $n_{el} = -(1/V)(\partial\Omega/\partial\zeta)_{T, V}$ - ifadəsindən istifadə edərək

$$n_{el} = \frac{k_0 T}{2\pi\gamma d} \sum_n [F_1(\eta_1(n)) + F_1(\eta_2(n))], \quad (5)$$

tənliyindən tapmaq olar. Hər iki tənlik temperatur və təbəqə qalınlığının istənilən qiyməti üçün doğru olduğundan onları müxtəlif xüsusi hallar üçün ayrı-ayrılıqda araşdırırıq.

a. Cırlaşmamış elektron qazı: $(\zeta - \varepsilon_i - \varepsilon_0) \ll k_0 T$. Bu halda birparametrlili Fermi inteqralının məlum asimptotikasından istifadə etsək (bax [4]), (4) və (5) tənliklərindən uyğun olaraq alırıq:

$$P = \frac{(k_0 T)^2}{2\pi\gamma d} \exp\left(\frac{\zeta - \varepsilon_g}{k_0 T}\right) ch\left(\frac{A}{k_0 T}\right) [\Theta(v_0) - 1], \quad (6)$$

harada

$$\exp\left(\frac{\zeta - \varepsilon_g}{k_0 T}\right) = \frac{2 \pi \gamma d}{k_0 T} \frac{n_{el}}{\Theta(\nu_0) - 1} \left[ch\left(\frac{A}{k_0 T}\right) \right]^{-1}, \quad (7)$$

burada

$$\Theta(\nu_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-\pi \nu_0 n^2), \quad (8)$$

funksiyası daxil edilmiş, $\nu_0 = \varepsilon_0 / \pi k_0 T$ - işarələməsi qəbul olunmuşdur. Termik hal tənliyinin aşkar şəklini tapmaq üçün $\Theta(\nu_0)$ funksiyasının arqumentinin $\nu_0 \gg 1$ (ifratnazik təbəqə) və $\nu_0 \ll 1$ (qalın təbəqə) qiymətlərindəki asimptotikalarından istifadə etmək olar [5]:

$$\Theta(\nu_0) = \begin{cases} 1 + 2 \exp(-\pi \nu_0) + \dots, & \nu_0 \gg 1 \\ (1 + 2 \exp(-\pi/\nu_0) + \dots) (\nu_0)^{-\frac{1}{2}}, & \nu_0 \ll 1 \end{cases}. \quad (9)$$

Arqumentin böyük qiymətlərində, yəni ifratnazik təbəqə üçün (9)-u nəzərə alsaq təzyiq üçün tapırıq:

$$P = \frac{(k_0 T)^2}{\pi \gamma d} ch\left(\frac{A}{k_0 T}\right) \exp\left(\frac{\zeta - \varepsilon_g - \varepsilon_0}{k_0 T}\right), \quad (10)$$

harada nazik təbəqə yaxınlaşmasında kimyəvi potensial

$$\zeta = \varepsilon_0 + \varepsilon_g + k_0 T \ln \left[\frac{\pi \gamma d n_{el}}{k_0 T ch(A/k_0 T)} \right], \quad (11)$$

kimi təyin olunur.

Qalın təbəqə üçün (9)-dan istifadə edib birinci yaxınlaşma ilə kifayətlənsək hal tənliyi aşağıdakı şəkllə düşər:

$$P_m = k_0 T \frac{1}{2} \left(\frac{k_0 T}{\pi \gamma} \right)^{3/2} ch\left(\frac{A}{k_0 T}\right) \exp\left(\frac{\zeta - \varepsilon_g}{k_0 T}\right), \quad (12)$$

harada

$$\zeta_m = \varepsilon_g + k_0 T \ln \left[\left(\frac{\pi \gamma}{k_0 T} \right)^{3/2} \frac{2 n_{el}}{ch(A/k_0 T)} \right]. \quad (13)$$

Qeyd etmək lazımdır ki, qalın təbəqə halı üçün təyin etdiyimiz son iki ifadə təbəqə qalınlığından asılı olmayıb massiv yarımmaqnit yarımkeçiricinin termik hal tənliyi və kimyəvi potensialının məlum ifadələri ilə üst-üstə düşür [6]. (6) və (12) münasibətlərinin müqayisəsindən istifadə edərək ölçü kvantlanması elektron qazının təzyiqinə verdiyi əlavəni tapmaq olar:

$$\frac{P(\nu_0)}{P_m(0)} = \sqrt{\nu_0} (\Theta(\nu_0) - 1). \quad (14)$$

Ölçüyə görə kvantlanmış təbəqədə cırlaşmamış elektron qazının hal tənliyi

üçün tapdığımız (6), (10) və (12) ifadələrinin nəzəri tədqiqi göstərir ki, bu halda təzyiq təbəqə qalınlığından asılı olmayaraq ideal klassik qazın təzyiqinə bərabər olur [3].

b. Cırılmış elektron qazı: $(\zeta_F - \varepsilon_i - \varepsilon_0) \gg k_0 T$. Güclü cırılmış elektron qazı üçün Fermi inteqrallarının məlum asimptotikasından istifadə edərək (bax [4]), cırılmaya görə sıfırıncı yaxınlaşmada (4) və (5)-dən alarıq:

$$P = \frac{1}{4\pi\gamma d} \left[\sum_{n=1}^{n_{01}} (\zeta_F - \varepsilon_1 - \varepsilon_0 n^2)^2 + \sum_{n=1}^{n_{02}} (\zeta_F - \varepsilon_2 - \varepsilon_0 n^2)^2 \right], \quad (15)$$

$$n_{el} = \frac{1}{2\pi\gamma d} \left[\sum_{n=1}^{n_{01}} (\zeta_F - \varepsilon_1 - \varepsilon_0 n^2) + \sum_{n=1}^{n_{02}} (\zeta_F - \varepsilon_2 - \varepsilon_0 n^2) \right], \quad (16)$$

burada $n_{0i} = \left[\sqrt{(\zeta_F - \varepsilon_i) / \varepsilon_0} \right]$ - Fermi sərhədini kəsən təbəqə səviyyəsinin nömrəsi olub, $\sqrt{(\zeta_F - \varepsilon_i) / \varepsilon_0}$ - ədədinin tam hissəsi, ζ_F - elektron qazının Fermi sərhədidir.

Tam cırılmış ifratnazik təbəqə üçün hər bir elektron alt zonasında yalnız bir təbəqə səviyyəsinin dolmuş olduğunu nəzərə alsaq ($n_{0i} = 1$) (15)-dən elektron qazının termik hal tənliyi üçün taparıq:

$$P = \frac{\pi}{2} \gamma d n_{el}^2 \left[1 + \left(\frac{A}{\pi \gamma d n_{el}} \right)^2 \right], \quad (17)$$

burada nəzərə alınmışdır ki, baxılan limit halı üçün elektron qazının Fermi sərhədi aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\zeta_F = \varepsilon_g + \varepsilon_0 + \pi \gamma d n_{el}. \quad (18)$$

Göründüyü kimi ölçüyə görə kvantlanmış təbəqənin tam cırılmış halında elektron qazının Fermi sərhədi mübadilə qarşılıqlı təsir enerjisindən asılı deyil.

Axırıncı ifadələrin təhlili göstərir ki, güclü cırılmış halda ifratnazik təbəqənin təzyiqi elektron qazının konsentrasiyasından və təbəqənin qalınlığından mürəkkəb şəkildə asılı olur. Ona görə də bu halda (17) termik hal tənliyinin təbəqə qalınlığından və zona parametrlərindən asılılığının aşkar şəklini tapmaq üçün baxılan maddənin parametrlərinə uyğun [7] ($Cd_{1-x}Mn_xTe$, $x = 0,05$, $T = 77 K$, $\varepsilon_g = 1,64 eV$, $P_K = 8 \cdot 10^{-8} eV sm$, $A = 1,75 meV$, $n_{el} = 10^{14} \div 10^{18} sm^{-3}$) ədədi hesablamalar aparılmışdır. Qeyd etmək lazımdır ki, bu hesablamalar zamanı təbəqə qalınlığı ilə konsentrasiya arasında $d = (\pi/2n_{el})^{1/3}$ - münasibətindən istifadə olunmuşdur [4]. Göstərilmişdir ki, yükdaşıyıcıların konsentrasiyasının kiçik qiymətlərində ($n_{el} = 10^{14} sm^{-3}$) elektron qazının təzyiqi təbəqənin qalınlığı ilə tərs mütənəsb olub, konsentrasiyadan asılı olmur (bax şəkl.1 və 2):

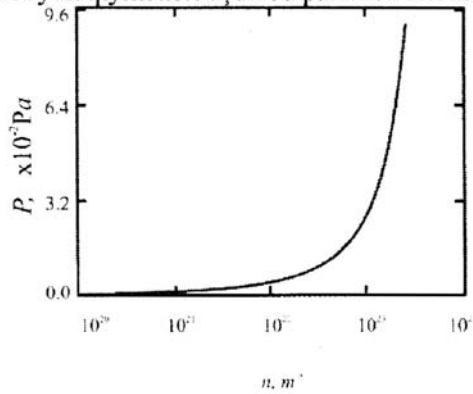
$$P = \frac{3}{4} \frac{\varepsilon_g}{P_K^2} \frac{A^2}{\pi d}. \quad (19)$$

Konsentrasiyanın böyük qiymətləri ($n_{el} = 10^{18} sm^{-3}$) üçün isə bu asılılıq əsaslı su-

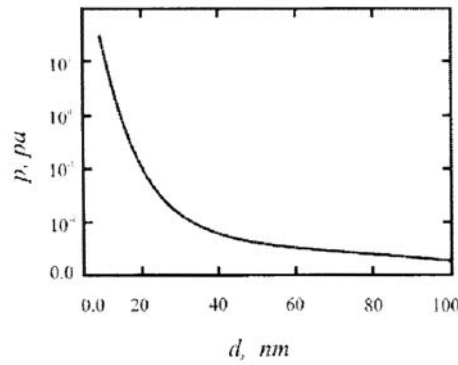
rətdə dəyişir, bu zaman yükdaşıyıcıların hal tənliyi təbəqə qalınlığının birinci dərəcəsi, konsentrasiyanın isə kvadratı ilə düz mütənənasib olur (bax şəkl.1 və 2):

$$P = \frac{\pi P_k^2}{3 \varepsilon_r} d n_{el}^2. \quad (20)$$

(17) ifadəsindən görünür ki, yarımmaqnit yarımkeçiricinin zona parametrləri (A, ε_r) təzyiqin təbəqənin qalınlığından asılılığına güclü təsir göstərir. Qeyd edək ki, ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici ifratnazik təbəqədə cırlaşmış elektron qazının təzyiqi mübadilə qarşılıqlı təsir enerjisindən asılılığı bircins deyil. Belə ki, konsentrasiyanın kiçik qiymətlərində mübadilə enerjisindən asılılıq kvadratik olduğu halda, konsentrasiyanın böyük qiymətləri üçün bu parametrdən asılılıq yox olur.



Şəkil 1. Ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici ifratnazik təbəqədə cırlaşmış elektron qazının təzyiqinin konsentrasiyadan asılılığı.



Şəkil 2. Ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici ifratnazik təbəqədə cırlaşmış elektron qazının təzyiqinin təbəqə qalınlığından asılılığı.

Güclü cırlaşmış qalın təbəqə halında $n_{0i} \gg 1$ olduğundan, yəni çox sayda təbəqə səviyyəsi dolduğundan (15) və (16) ifadələri çox asanlıqla massiv nümunənin uyğun ifadələrinə keçir [8].

ƏDƏBİYYAT

1. Аскеров Б.М., Фигарова С.Р., Махмудов М.М. // Известия АН Азербайджана, сер. физ.-мат. и тех. наук, Баку, 2009, т. 29, №5, с. 33-39.
2. Фурдына Я., Косут Я. Полумагнитные полупроводники. М.: Мир, 1992, 496 с.
3. Б.М.Аскеров. Термодинамика и статистическая физика. Баку: БГУ, 2007, 512 с.
4. Askerov B.M. Electron transport phenomena in semiconductors. World Scientific, Singapore, 1994, 394 p.
5. Румер Ю.Б., Рывкин М.Ш.. Термодинамика, статистическая физика и кинетика. М.: Наука, 1977, 552 с.
6. Фигарова С.Р., Махмудов М.М. // Вестник БГУ, серия физ.-мат. наук, 2000, №3, с.83-89.
7. Furduna J. // J. Appl. Phys., 1988, v.64, № 4, p.R29-R64.
8. Аскеров Б.М., Фигарова С.Р., Махмудов М.М. // Известия АН Азербайджана, сер. физ.-мат. и тех. наук, Баку, 2003, т.23, №5(1), с. 29-40.

ТЕРМИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА РАЗМЕРНО КВАНТОВАННОЙ ПОЛУМАГНИТНО-ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ПЛЕНКИ

Б.М.АСКЕРОВ, М.М.МАХМУДОВ, С.Р.ФИГАРОВА

РЕЗЮМЕ

В работе теоретически исследуется термическое уравнение состояния электронного газа размерно квантованной полумагнитно-полупроводниковой пленки. Полученные выражения уравнения состояния исследованы как для невырожденного, так и для сильно вырожденного электронного газа. Рассмотрены различные предельные случаи толщины пленки. Показано, что в невырожденном случае уравнение состояния совпадает с давлением идеального бoльцмановского газа. Найдено, что в случае сильно вырожденного электронного газа для сверхтонкой пленки давление сложным образом зависит от концентрации и толщины. Также найдено, что параметры зонной структуры полумагнитного полупроводника сильно влияют на зависимость давления от толщины пленки.

THERMAL STATE EQUATIONS OF ELECTRON GAS IN SEMIMAGNETIC SEMICONDUCTOR QUANTUM SIZE FILM

B.M.ASKEROV, M.M.MAHMUDOV, S.R.FIGAROVA

SUMMARY

In this work the thermal equation of the electron gas state in the semimagnetic semiconductor quantum size film is theoretically investigated. The received expressions of the equation of the state are investigated both for the nondegenerate, and strong degenerate electron gas. Various limiting cases of a film thickness are considered. It is shown, that in the nondegenerate electron gas case the state equation coincides with the pressure of the ideal Boltzmanns gas. It is established, that in a case of the strongly degenerate electronic gas a superthin film pressure with difficulty depends on concentration and thickness. It is found out, that parameters of band structures of the semimagnetic semiconductor strongly influence the dependence of pressure on the thickness of a film.